



FOAD-SPIRIT



### Théorème de Pythagore, sa réciproque et cosinus d'un angle aigu

#### Le théorème de Pythagore

D'après le théorème de Pythagore, si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des autres côtés.

Triangle ABC rectangle en A



Théorème de Pythagore

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Somme des carrés des autres côtés

Carré de l'hypoténuse



Calculons l'hypoténuse

Données du problème :  $\hat{A} = 90^\circ$  ;  $AB = 5$  ;  $AC = 12$

$$BC^2 = 5^2 + 12^2 \Rightarrow BC = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

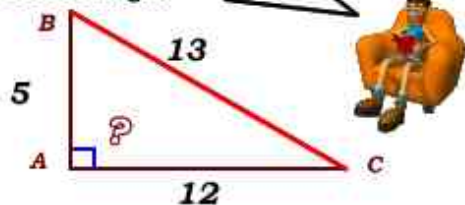
Réciproque : le triangle ABC est-il rectangle ?

Dans un triangle, si le carré du plus long côté est égal à la somme des carrés des autres côtés, alors le triangle est rectangle.

SI  $BC^2 = AB^2 + AC^2$

ALORS le triangle ABC est rectangle

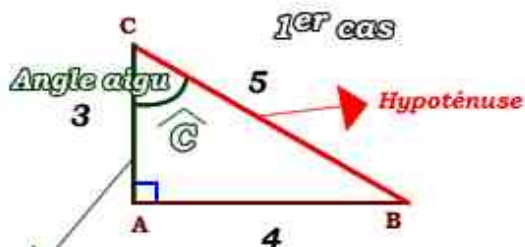
$$13^2 = 5^2 + 12^2 \Rightarrow 169 = 25 + 144 \Rightarrow 169 = 169$$



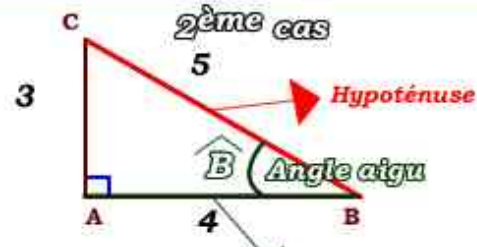
#### Cosinus d'un angle aigu

Définition : Dans un triangle rectangle ABC, le cosinus d'un angle aigu est obtenu en divisant le côté adjacent par l'hypoténuse.

$$\cos \text{ angle aigu} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$



$$\cos \hat{C} = \frac{CA}{BC} = \frac{3}{5} = 0,6 \Rightarrow \hat{C} \approx 53,1^\circ$$



$$\cos \hat{B} = \frac{BA}{BC} = \frac{4}{5} = 0,8 \Rightarrow \hat{B} \approx 36,9^\circ$$



FOAD-SPIRIT

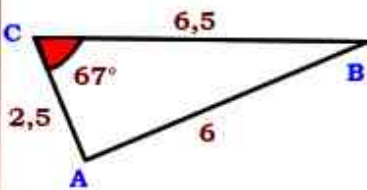


Théorème de Pythagore, sa réciproque et cosinus d'un angle aigu

EXERCICES

1 Quelles sont les mesures des angles A et B

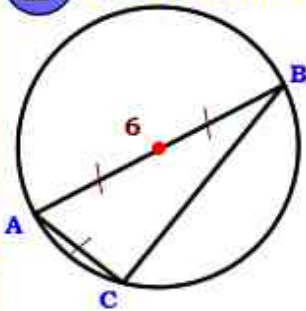
Aide : Procède en 2 étapes



.....  
.....  
.....  
.....

2 Quelle est la valeur de [CB] ?

Aide : Procède en 2 étapes

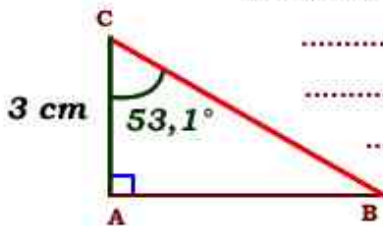


[AB] = 6 cm.

.....  
.....  
.....  
.....

3 Quelle est la valeur de BC ?

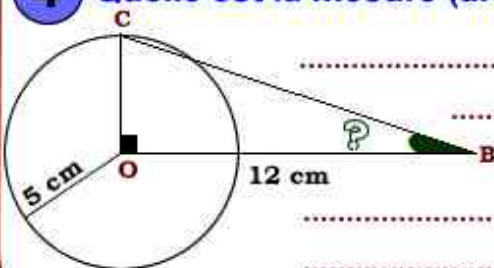
On arrondira la valeur du cosinus au dixième.



.....  
.....  
.....  
.....

4 Quelle est la mesure (arrondie au dixième) de l'angle B

Aide : Procède en 2 étapes



.....  
.....  
.....  
.....



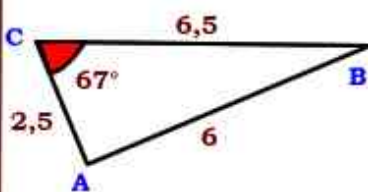
FOAD-SPIRIT



**Théorème de Pythagore, sa réciproque et cosinus d'un angle aigu**

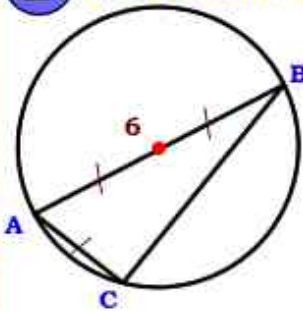
CORRIGES

**1 Quelles sont les mesures des angles A et B**



1. On cherche à prouver que les triangle ABC est rectange en A . Donc si  $CB^2 = CA^2 + AB^2$  alors le triangle est rectange en A.  $6,5^2 = 42,25$  et  $2,5^2 + 6^2 = 42,25$ .  
Le triangle ABC est rectange en A et  $\widehat{A} = 90^\circ$ .
2. On sait que la somme des angles d'un triangle =  $180^\circ$  . Donc  $\widehat{B} = 180^\circ - 67^\circ - 90 = 23^\circ$

**2 Quelle est la valeur de [CB] ?**

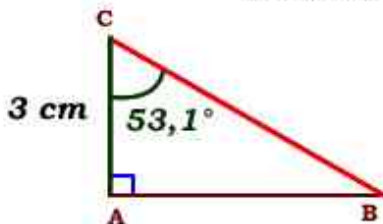


[AB] = 6 cm.

1. Le triangle ABC est inscrit dans un cercle et AB, l'hypoténuse de ce triangle est le diamètre de ce cercle. Par conséquent, le triangle ABC est rectange en C.
2. Si les rectange ABC est rectange en C, alors  $AB^2 = CA^2 + CB^2$ .  
 $CB^2 = AB^2 - CA^2 \Rightarrow CB = \sqrt{AB^2 - CA^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{25} = 5$ .  
[CB] = 5 cm.

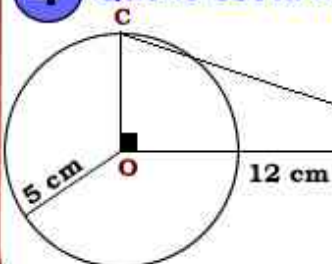
**3 Quelle est la valeur de BC ?**

On arrondira la valeur du cosinus au dixième.



$$\cos \widehat{C} = \frac{CA}{BC} \Rightarrow BC = \frac{CA}{\cos \widehat{C}} = \frac{3}{0,6} = 5 \text{ cm}$$

**4 Quelle est la mesure (arrondie au dixième) de l'angle B**



1. (OC) CB et OC = 5 cm. D'après le théorème de Pythagore dans le triangle OCB rectange en O,  
 $CB^2 = OC^2 + OB^2 \Rightarrow CB = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = \sqrt{13^2} = 13 \text{ cm}$

$$2. \cos \widehat{B} = \frac{BO}{BC} = \frac{12}{13} = 0,92 \rightarrow \widehat{B} = 22,6^\circ$$



FOAD-SPIRIT



## Triangle rectangle ?

ANNEXE

## Le triangle rectangle

Il existe différentes manières de démontrer qu'un triangle est rectangle. Nous allons voir la démonstration par les côtés, par les angles, par la médiane, par le cercle circonscrit et par le demi-cercle.

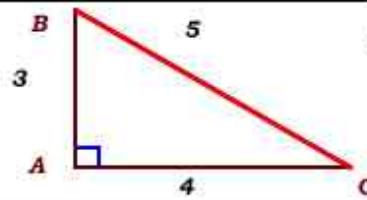


## 1 Démonstration par les côtés

Le triangle ABC est rectangle en A car

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

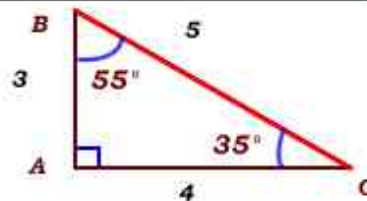
$$5^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow 25 = 9 + 16 \Rightarrow 25 = 25$$



## 2 Démonstration par les angles

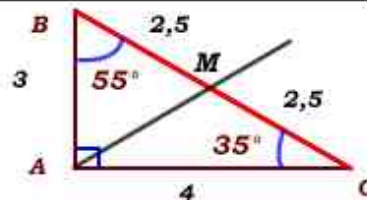
Le triangle ABC est rectangle en A car

$$\hat{A} = 180^\circ - (55^\circ + 40^\circ) = 90^\circ$$



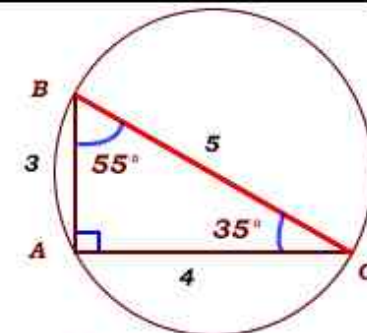
## 3 Démonstration par les médianes

Le triangle ABC est rectangle en A car la médiane AM vaut la moitié du côté BC auquel elle est relative.



## 4 Démonstration par le cercle circonscrit

Le triangle ABC est rectangle en A car son hypoténuse est le diamètre du cercle circonscrit à ce triangle.



## 5 Démonstration par le demi-cercle

Le triangle ABC est rectangle en A car il est inscrit dans un demi-cercle. En effet, un des côtés du triangle (ici, l'hypoténuse) est le diamètre.

